$$= \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x} \times \underbrace{\frac{\ln(1+x)}{x}}_{1} = 0$$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)$ on a :

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x+2}{x-1} = 1$ et $\ln(1) = 0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) = \ln 1 = 0$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x+2)}{x+3}$ posons $X = x+2$

$= \lim\limits_{X\to+\infty} \frac{\ln X}{X+1} = \lim\limits_{X\to+\infty} \underbrace{\frac{X}{X+1}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{\ln X}{X}}_{0} = 0$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x + 1}{\ln x - 1}$ posons $X = \ln x$

$= \lim\limits_{X\to+\infty} \frac{X+1}{X-1} = 1$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x+1)}{x}$ posons $X = x+1$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln X}{X-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{\frac{\ln X}{X}}_{0} \times \underbrace{\frac{X}{X-1}}_{1} = 0$

*/ Posons $X = \frac{x+1}{x}$

$X = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x} = X - 1$

$\Rightarrow x = \frac{1}{X-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = \lim\limits_{X\to 1} \frac{\ln X}{X-1} = 1$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} = 0$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} 2\ln x^3 - \ln^2 x + 3\ln x - 4$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \ln^2 x(2\ln x - 1) + 3\ln x - 4$

$= +\infty$

*/ $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln(x+1)}{x\ln x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \underbrace{\frac{\ln(1+x)}{x}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{1}{\ln x}}_{0}$

$= 1 \times \frac{1}{-\infty}$

$= 0$

*/ $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{4x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} \cdot \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4}$

*/ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(x^2+x+1)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2+x)}{x^2+x} \times \left(\frac{x^2+x}{x}\right)$

On a : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2+x)}{x^2+x}$ Posons $X = x^2+x$

$= \lim\limits_{X\to 0} \frac{\ln(1+X)}{X} = 1$

Et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2+x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x(x+1)}{x} \lim\limits_{x\to 0}(1+x) = 1$

Donc

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2+x)}{x^2+x} \times \frac{x^2+x}{x} = 1 \times 1 = 1$

D'où $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x+x^2)}{x} = 1$

*/ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2}$ posons $X = x^2$

$= \lim\limits_{X\to 0} \frac{\ln(1+X)}{X} = 1$

*/ $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{2/3} \ln x = 0$ (formule)

*/ $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{1/2} \ln x = 0$ (formule)

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^{1/3}} = 0$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln \sqrt[3]{x}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x^{1/3}}{x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{3} \frac{\ln x}{x} = 0$